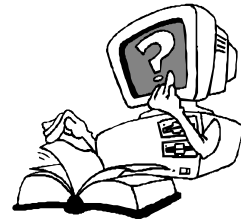


מועד הבחינה: 25 אפריל, 2004

## מדעי המחשב ה'

2 יח"ל (השלמה ל - 5 יח"ל)



### פרק ראשון (50 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1 - 4 (לכל שאלה - 25 נקודות)

#### שאלה 1:

מספר טלפון מורכב ממספר (6-7 ספרות) וקידומת.

א. הצע ייצוג מתאים לטיפוס הנתונים המופשט (טנ"מ) **מספר-טלפון**.

ב. כתוב ממשק עברי לטיפול בטנ"מ **מספר-טלפון**.

מכשיר טלפון סלולארי מכיל ספר טלפונים היכול לשמור בזיכרון עד 500 פרטי מנויים.

ג. הצע ייצוג מתאים לטנ"מ **ספר-טלפונים**.

ד. כתוב אלגוריתם למימוש הפעולה **עדכן-מספרי-טלפון** (ספר, קידומת-ישנה, קידומת-חדשה), המקבל כפרמטר את ספר הטלפונים השמור במכשיר הסלולארי של מנוי, ומעדכן את כל מספרי הטלפון מהקידומת הישנה באופן הבא: לכל מספר טלפון יש להצמיד לתחילת המספר ספרה שביעית שערכה כערך ספרת האחדות בקידומת הישנה. הקידומת הישנה תוחלף בקידומת החדשה.

לדוגמא: מספר טלפון סלולארי ישן: 058-123456 יהפוך להיות 052-8123456.  
יש להשתמש בממשק **ספר-טלפונים** שכתבת בסעיף ב.

ה. מה סיבוכיות הפעולה שכתבת בסעיף ד? נמק.

~~~~~

א. ייצוג מתאים ל**מספר-טלפון**: רשומה / מבנה שבו שני שדות:

קידומת - מספר (או מחרוזת)

מספר - מספר שלם ארוך (long / lingint)

ב. ממשק עברי לטנ"מ **מספר-טלפון Tel**:

|                                |                                                                                                     |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| אתחל-מספר (מספר, קידומת)       | פעולה המחזירה מספר-טלפון מאותחל.                                                                    |
| אחזר-קידומת (Tel)              | פעולה המחזירה את הקידומת ב-Tel.<br><u>הנחה</u> : Tel מאותחל.                                        |
| אחזר-מספר (Tel)                | פעולה המחזירה את המספר ב-Tel.<br><u>הנחה</u> : Tel מאותחל.                                          |
| עדכן-קידומת (קידומת-חדשה, Tel) | פעולה המעדכנת את הקידומת הקיימת להיות קידומת-חדשה.<br><u>הנחות</u> : Tel מאותחל, קידומת-חדשה תקינה. |
| עדכן-מספר (מספר-חדש, Tel)      | פעולה המעדכנת את המספר הקיים להיות מספר-חדש.<br><u>הנחות</u> : Tel מאותחל, מספר-חדש תקין.           |

- ג. ספר-טלפונים ייוצג על ידי מערך בגודל 500 שכל איבר בו מטיפוס מספר-טלפון.  
ד. אלגוריתם:

עדכן-מספרי-טלפון (new-pre, old-pre, book)

} פעולה המקבלת כפרמטר את ספר הטלפונים book השמור במכשיר הסלולארי של מנוי, ומעדכנת את כל מספרי הטלפון מהקידומת הישנה old-pre להיות מספרי טלפון בני 7 ספרות מהקידומת החדשה new-pre.

{ הנחה: ספר הטלפונים מאותחל ותקין.

$$\text{dig} \leftarrow (\text{old-pre} \% 10) * 1,000,000 \quad // \quad \text{dig} \leftarrow (\text{old-pre} \bmod 10) * 1,000,000 \quad (1)$$

(2) עבור I ממספר ראשון ב-book ועד מספר אחרון ב-book, בצע:

$$\text{book}[i] \leftarrow \text{מנוי} \quad (2.1)$$

(2.2) אם אחזר-קידומת (מנוי) = old-pre, אז:

(2.2.1) עדכן-קידומת (new-pre, מנוי)

(2.2.2) עדכן-מספר (אחזר-מספר (מנוי) + dig, מנוי)

(2.2.3) מנוי  $\leftarrow$  book[i] { עדכון הרשומה בספר }

ה. סיבוכיות הפעולה:

פעולת העידכון עצמה אורכת זמן קבוע  $O(1)$ .

N מייצג את גודלו של ספר הטלפונים. הפעולה עוברת על כל הספר, ולכן סיבוכיות הפעולה  $O(N)$ .

## שאלה 2:

א. כתוב פונקציה רקורסיבית, בסביבת העבודה, שתקבל כפרמטר מערך חד-ממדי בגודל N ותחזיר את סכום אבריו.

ב. כתוב תוכנית מחשב, בסביבת העבודה, שתקלוט מספרים שלמים למערך חד ממדי בגודל N, ותעדכן כל תא להיות סכום האברים שאחריו (כולל התא עצמו). התוכנית תשתמש בפונקציה שכתבת בסעיף א'.

לדוגמה:

לאחר הביצוע הוא יהיה:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|

עבור  $N=5$ , אם המערך הנקלט הוא:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|

~~~~~

סכום-המערך (A,i)

{ פעולה המחזירה את סכום איברי המערך החל ממקום מספר i }

(1) אם I גדול ממספר התא האחרון במערך, החזר 0

(2) החזר  $A[i] +$  סכום-המערך (A, i+1)

בתכנית: עבור i החל מהתא הראשון ועד התא האחרון המערך, בצע:

$$A[i] \leftarrow \text{סכום-המערך} (A,i)$$

// התכנית קולטת מספרים למערך ואחר כך מעדכנת האיברים בו  
// כך שבכל תא יהיה סכום כל האיברים שאחריו.

```
#define N ...  
typedef int Arr_type [N];  
void Arr_kelet (Arr_type A);  
int sum_of_arr (Arr_type A, int i);  
void main ()  
{  
    Arr_type A;  
    int i;  
    Arr_kelet (A);  
    for (i = 0 ; i < N ; i++)  
        A[i] = sum_of_arr (A, i);  
}
```

:C

--- פעולה הקולטת מספרים שלמים למערך ---

```
void Arr_kelet (Arr_type A)  
{  
    int i;  
    printf ("Type N integers → ");  
    for (i=0 ; i<N ; i++)  
        scanf ("%d", &A[i]);  
}
```

--- פעולה המחזירה את סכום איברי המערך החל מתא i ---

```
int sum_of_arr (Arr_type A, int i)  
{  
    if (i == N) return 0;  
    return A[i] + sum_of_arr (A, i+1);  
}
```

```
{ התכנית קולטת מספרים למערך ואחר כך מעדכנת האיברים בו }  
{ כך שבכל תא יהיה סכום כל האיברים שאחריו. }
```

```
program update_array ;
```

```
const N = ...;
```

```
type Arr_type = array [1..N] of integer ;
```

```
var
```

```
    A : Arr_type ;
```

```
    i : integer ;
```

```
{--- פעולה הקולטת מספרים שלמים למערך ---}
```

```
procedure Arr_kelet (var A : Arr_type);
```

```
var i : integer ;
```

```
begin
```

```
    write ( ' Type N integers → ' );
```

```
    for i := 1 to N do
```

```
        read (A[i]) ;
```

```
end;
```

```
{--- פעולה המחזירה את סכום איברי המערך החל מתא i ---}
```

```
procedure sum_of_arr (var A : Arr_type A; i : integer) ;
```

```
begin
```

```
    if (i = N) sum_of_arr := 0
```

```
    else
```

```
        sum_of_arr := A[i] + sum_of_arr (A, i+1);
```

```
end;
```

```
{ main program }
```

```
begin
```

```
    Arr_kelet (A);
```

```
    for i := 1 to N do
```

```
        A[i] := sum_of_arr (A, i) ;
```

```
end.
```

**שאלה 3:**

לפניכם אלגוריתם המקבל כקלט עץ בינארי T שאינו ריק. האלגוריתם משתמש בפעולה עלה? (T), המחזירה 'אמת' אם T הוא עלה, ו-'שקר' אחרת.

**סוד (T)**

(1) כל עוד לא עלה? (T), בצע:

(1.1) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-שמאלי (T)), אזי:

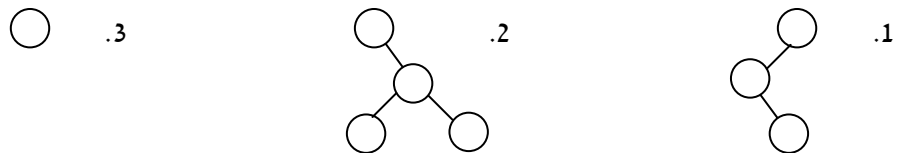
(1.1.1) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-ימני (T)), אזי החזר 'שקר'.

(1.1.2) אחרת, תת-עץ-שמאלי (T) ← T.

(1.2) אחרת, תת-עץ-ימני (T) ← T.

(2) החזר 'אמת'.

א. מה יחזיר האלגוריתם לכל אחד מהעצים הבאים?



ב. מהי מטרת האלגוריתם?

ג. כתוב אלגוריתם רקורסיבי המבצע אותה פעולה.

~~~~~

א. האלגוריתם יחזיר: (1) אמת (2) שקר (3) אמת

ב. האלגוריתם מחזיר "אמת" אם כל צמתי העץ הם בניים יחידים להוריהם, ו-"שקר" אחרת.

ג. אלגוריתם:

**בניים-יחידים (T)**

{ פעולה המחזירה "אמת" אם כל צמתי העץ הם בניים יחידים להוריהם, ו-"שקר" אחרת. }

(1) אם עץ-ריק? (T) או עלה (T) החזר "אמת"

(2) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-שמאלי (T)) וגם לא עץ-ריק? (תת-עץ-ימני (T)) החזר "שקר"

(3) החזר בניים-יחידים(תת-עץ-שמאלי (T)) וגם בניים-יחידים (תת-עץ-ימני (T))

**שאלה 4:**

(מקור: אתי הרשקוביץ)

בחברת "גילונים" מעוניינים עובדים רבים בתפקיד ניהולי. מנהלת החברה, הגב' גילונה, החליטה לשנות את המבנה הארגוני של החברה באופן כזה שיתאפשר לרבים מעובדי החברה להיות מנהלים.

בחברה הוגדרו שני טיפוסים עובד: **עובד-מנהל** - עובד שכפופים לו עובדים אחרים, ו**עובד-רגיל** - עובד שאינו מנהל. כל מנהל רשאי למנות לעצמו עד שני עובדים שיכולים להיות מסוג **עובד-מנהל** או **עובד-רגיל**.

לכל עובד בחברה, בין אם הוא עובד-מנהל ובין אם הוא עובד-רגיל, יכול להיות מנהל-ישיר אחד ויחיד. מנהל יקרא **מנהל-בכיר** אם חלק מהכפופים לו הם מנהלים. מנהל-בכיר יחשב כמנהל של כל העובדים והמנהלים הכפופים לו. כל עובדי החברה כפופים למנכ"ל החברה, הגב' גילונה.

עובד-מנהל א' יחשב בכיר יותר מעובד-מנהל ב', אם מספר הכפופים לו גדול יותר.

מנהל זכאי לתוספת **גמול-ניהול** לשכרו. ככל שמספר העובדים הכפופים למנהל גדול יותר, כך גדל גמול-ניהול שיקבל. מפתח החישוב לגמול הניהול הוא ערך קבוע מוכפל במספר העובדים הכפופים למנהל.

להלן חלק מממשק חברת-גילונים:

|                                                                                                                                                                                      |                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| פעולה המקבלת עובד ומחזירה 'אמת' אם הוא עובד-מנהל בחברה, ו-'שקר' אחרת.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובד שייך לחברה.                                                             | <b>מנהל?</b> (חברה, עובד)                  |
| פעולה המקבלת עובד בחברה ומחזירה את פרטי המנהל הישיר שלו.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובד שייך לחברה ואינו גב' גילונה.                                                         | <b>מנהל-ישיר</b> (חברה, עובד)              |
| פעולה המקבלת עובד בחברה. אם העובד הוא עובד-מנהל, יחושב ויוחזר גמול הניהול המגיע לו לפי המפתח: $k$ מוכפל במספר העובדים הכפופים לו.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובד שייך לחברה. | <b>גמול-ניהול</b> (חברה, $k$ , עובד)       |
| פעולה המחזירה את מספר העובדים הכפופים לעובד בחברה.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובד שייך לחברה.                                                                                | <b>מספר-כפופים</b> (חברה, עובד)            |
| פעולה המקבלת שני עובדים בחברה, ומחזירה 'אמת' אם עובד-1 בכיר יותר מעובד-2, ו-'שקר' אחרת.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובדים שייכים לחברה.                                       | <b>בכיר?</b> (חברה, עובד-1, עובד-2)        |
| פעולה המקבלת שני עובדים בחברה ומחזירה את פרטי העובד שהוא מנהל-בכיר של שני העובדים.<br><u>הנחות</u> : החברה מאותחלת, העובדים שייכים לחברה ואף אחד מהם אינו גב' גילונה.                | <b>מנהל-בכיר</b><br>(חברה, עובד-1, עובד-2) |

- א. ייצג את טיפוס הנתונים **עובד**.
- ב. ייצג את טיפוס הנתונים **חברת-גילונים**.
- ג. כתוב אלגוריתם שידוק וידפיס כמה עובדים בחברה אינם מנהלים.
- ד. כתוב אלגוריתם למימוש הפעולה **מנהל-ישיר** (חברה, עובד).
- ה. כתוב אלגוריתם למימוש הפעולה **גמול-ניהול** (חברה, עובד).
- ו. (בנוסף 5 נקודות) כתוב אלגוריתם למימוש הפעולה **מנהל-בכיר** (חברה, עובד-1, עובד-2).

א. עובד = מספר או מחרוזת.

ב. חברת גילונים:

המבנה החדש של החברה הוא מבנה היררכי. בראש החברה עומדת המנכ"ל הגב' גילונה המשמשת כמנהל בכיר לכלל העובדים בחברה. אם היא תמנה לעצמה שני סגנים, היא תהיה מנהל ישיר לשני סגנים אלו, והם יהיו מנהלים ישירים או מנהלים בכירים לכל עובד שתחתיהם בהיררכיה.

הייצוג המתאים לשאלה הוא מבנה של עץ בינארי, שבו כל צומת שאינו עלה הוא מנהל, וכל עלה הוא עובד. כל הצאצאים של צומת הם הכפופים למנהל וכל האבות הקדמונים של צומת הם מנהלים בכירים לצומת.

שים לב: ייצוג של רשימות של הכפופים לכל מנהל יביא ליתירות וכפילות של מידע.

ג. מספר-עובדים-שאינם-מנהלים (T)

{ פעולה המחזירה את מספר העובדים שאינם מנהלים ב-T. הנחה: T מאותחל. }

(1) אם עץ-ריק? (T) החזר 0

(2) אם לא מנהל? (T) החזר 1

(3) החזר

מספר-עובדים-שאינם-מנהלים (תע"ש (T)) + מספר-עובדים-שאינם-מנהלים (תע"י (T))

( הפעולה מנהל? מחזירה את הערך ההפוך לפעולה עלה? )

ד. מנהל-ישיר (T, x)

{ פעולה המקבלת T - עץ בינארי המייצג את חברת גילונים, ו-x - עובד בחברה, ומחזירה מצביע למנהל הישיר של העובד. הנחות: החברה T מאותחלת, x אינו שורש העץ. }

(1) אם עץ-ריק? (T) החזר את T  
(2) אם עלה? (T) אזי החזר תת-עץ-שמאלי (T)

(3) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-שמאלי (T)) וגם אחזר-שורש (תת-עץ-שמאלי (T)) x = או

לא עץ-ריק? (תת-עץ-ימני (T)) וגם אחזר-שורש (תת-עץ-ימני (T)) x = אזי החזר את T

(4) מנהל-ישיר (x, תת-עץ-שמאלי (T)) ← T1

(5) אם עץ-ריק? (T1) אזי

(5.1) מנהל-ישיר (x, תת-עץ-ימני (T2)) ← T2

(5.2) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-ימני (T2)) אזי

(5.2.1) החזר את T2

(6) החזר את T1

ה. גמול-ניהול (T, k, x)

{ פעולה המקבלת עובד x בחברה T. אם העובד הוא עובד-מנהל, יחושב ויוחזר גמול הניהול המגיע לו לפי המפתח: k מוכפל במספר העובדים הכפופים לו. הנחות: החברה T מאותחלת, העובד x שייך לחברה. }

(1) אם עץ-ריק? (T) או עלה? (T) אזי החזר 0

(2) אם אחזר-שורש (T) x = אזי

(2.1) החזר את k \* (מספר-כפופים (T))

(3) החזר גמול-ניהול (תת-עץ-שמאלי (T)) + גמול-ניהול (תת-עץ-ימני (T))

מנהל-בכיר  $(T, x, y)$

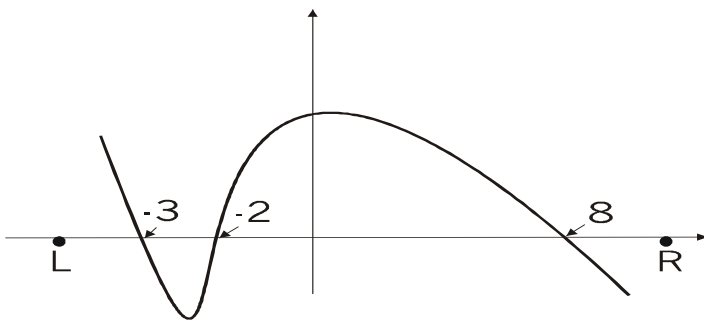
- } פעולה המקבלת שני עובדים  $x$  ו- $y$  בחברה  $T$  ומחזירה את פרטי העובד שהוא מנהל-בכיר של שני העובדים  $x$  ו- $y$ .
- { הנחות: החברה  $T$  מאותחלת,  $x$  ו- $y$  נמצאים בעץ ואף אחד מהם אינו שורש העץ  $T$ .
- (1) אם בכיר  $(T, x, y)$  החוזר מנהל-ישיר  $(T, x)$
- (2) אם בכיר  $(T, y, x)$  החוזר מנהל-ישיר  $(T, y)$
- (3) מנהל-בכיר (מנהל-ישיר  $(T, y)$ ,  $(T, x)$ )

פרק שני (50 נקודות)

תורת המחשב

שאלה 9:

לפניך הפונקציה הבאה:



- א. עבור שיטת החצייה נבחרו נקודות ההתחלה  $L$  ו- $R$  כמסומן בשרטוט. מה יהיה השורש אליו ישאף הפתרון. נמק את תשובתך.
- ב. האם נוכל למצוא נקודות  $R$  ו- $L$  שהפתרון שאליו שיטת החצייה תשאף יהיה  $-2$  כאשר  $R > 8$  ו- $L < -4$ ? אם כן הסבר כיצד, ואם לא הסבר מדוע לא. לווה את הסברך בשרטוט.
- ג. חשב שתי נקודות התחלה שעבורם הפתרון בשיטת החצייה ישאף לנקודה  $-3$  על הנקודות להיות בתחום:  $R > 8$  ו- $L < -4$ .

~~~~~

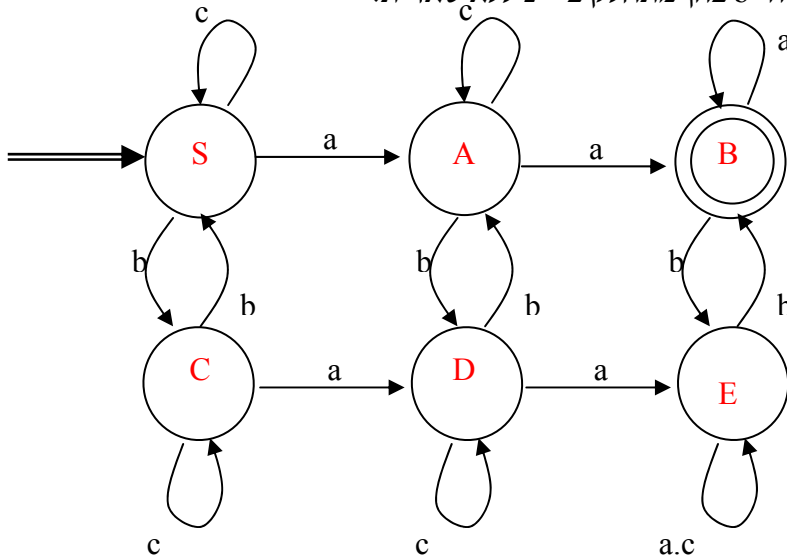
- א. ישאף ל-8.
- נימוק: עפ"י  $x = (R+L)/2$  נמצא בתחום  $[0, 8]$ . בקטע זה מתקיים:  $f(L) * f(x) > 0$  (שניהם שווים סימן) ולכן ה- $L$  החדש יהיה ערך ה- $x$  והחיפוש הבא יתרכז סביב 8.
- ב. לא. נימוק: גם אם נמצא תחום שייתן  $x$  בין  $-3$  ל- $-2$ , הרי של- $f(L)$  ול- $f(x)$  יהיו סימנים מנוגדים ולכן  $R$  יקבל את ערך  $x$  והפתרון יתכנס ל- $-3$ .
- ג.  $L = -13$ ,  $R = 2.5$

שאלה 10:

שאלה בתורת הגרפים ...

**שאלה 11:**

- א. בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי, המקבל את כל המלים מעל הא"ב  $\{a, b, c\}$ , המכילות לפחות שתי אותיות  $a$ , ומספר אותיות  $b$  בהן מתחלק ב-2 ללא שארית.  
 ב. כתוב דקדוק הגזור שפה זו.



א. אס"ד:

ב. דקדוק:

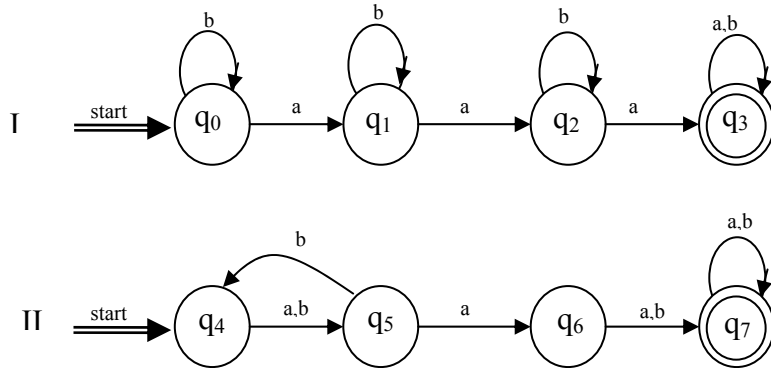
נמיר כל מצב למשתנה,  $q_0$  יסומן ב- $S$  (סימון בצבע אדום במצבי האוטומט).

נמיר כל כלל מעבר לכלל שכתוב בדקדוק:

- $S \rightarrow aA \mid bC \mid cS$
- $A \rightarrow aB \mid bD \mid cA$
- $B \rightarrow aB \mid bE \mid cB \mid a \mid c \mid \epsilon$
- $C \rightarrow aD \mid bS \mid cC$
- $D \rightarrow aE \mid bA \mid cD$
- $E \rightarrow aE \mid bB \mid cE$

**שאלה 12:**

נתונים שני האוטומטים (סופיים דטרמיניסטים) הבאים מעל  $\{a,b\}$ :



- א. בדוק עבור שני האוטומטים האם המילים הבאות מתקבלות:  
 (1) abaaa (2) abbaba (3) aaaaba
- ב. הסבר במילים מהי השפה המתקבלת עבור האוטומט הראשון.
- ג. עבור שתי הטענות הבאות, אם הטענה נכונה - הסבר מדוע, ואם אינה נכונה - הבא דוגמא נגדית (דוגמא שסותרת את הטענה).
- (1) כל מילה המתקבלת באוטומט השני מתקבלת גם באוטומט הראשון.  
 (2) כל מילה המתקבלת באוטומט הראשון מתקבלת גם באוטומט השני.

~~~~~

- א. כל המילים מתקבלות בשני האוטומטים.  
 נדגים מסעי המילה (מעבר) של המילה הראשונה בשני הדקדוקים:
- המילה: abaaa
- I  $q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{a} q_3 \xrightarrow{a} q_3$
- II  $q_4 \xrightarrow{a} q_5 \xrightarrow{b} q_4 \xrightarrow{a} q_5 \xrightarrow{a} q_6 \xrightarrow{a} q_7$
- באופן דומה אפשר להראות גם את דרך קבלתן של המילים האחרות.  
 אם הן מסיימות במצב מקבל  $\leftarrow$  המילה שייכת לשפה, אחרת המילה אינה שייכת לשפה.
- ב. אוטומט I מקבל את כל המילים שיש בהן לפחות 3 סימני a.  $\#a \geq 3$
- ג. (1) לא נכון. דוגמא: aab (מתקבלת ב-II ואינה מתקבלת ב-I).  
 (2) לא נכון. דוגמא: abaa (מתקבלת ב-I ואינה מתקבלת ב-II).