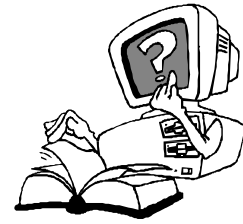


מועד הבחינה: 6 מאי, 2004



מדצי המחשב ב'

2 יח"ל (השלמה ל - 5 יח"ל)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה: בשאלון זה שני פרקים:
פרק ראשון - בפרק זה ארבע שאלות, ומהן יש לענות על שתיים
פרק שני - בפרק זה שאלות משישה מסלולי בחירה שונים, ענה רק על שאלות מהמסלול שלמדת, לפי ההוראות בקבוצת השאלות ממסלול זה
- ג. חומר עזר מותר בשימוש: כל חומר עזר. (פרט למחשב הניתן לתכנות).
- ד. הוראות מיוחדות:
 1. כאשר אתה מתבקש לכתוב תוכנית מחשב בשפה עילית, כתוב אך ורק בשפה בה למדת.
 2. **ענה על כל שאלה בדצי נפרד.**
 3. סמן בבירור את מספר השאלה.

בהצלחה!

בשאלון זה שני פרקים. פרק ראשון ופרק שני.
עליך לענות על שאלות משני הפרקים, לפי ההוראות בכל פרק.

פרק ראשון (50 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1 - 4 (לכל שאלה - 25 נקודות)

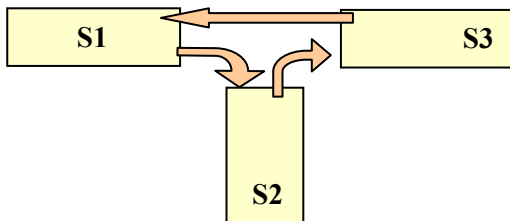
שאלה 1:

נגדיר טיפוס נתונים חדש בשם **תלת-מחסנית**, כמבנה המכיל 3 מחסניות S_1, S_2, S_3 .

נגדיר את הפעולות הבאות על **התלת-מחסנית**:

<p>העבר (TS, S_x, S_y)</p> <p>פעולה המקבלת תלת-מחסנית TS ומעבירה איבר מראש מחסנית S_x למחסנית S_y.</p> <p>הנחות: TS מאותחלת, S_x ו-S_y הן מחסניות ב-TS, S_x אינה ריקה.</p>	
<p>מעבר-חוקי (TS, S_x, S_y)</p> <p>הפעולה מחזירה 'אמת' אם המעבר בין מחסנית S_x למחסנית S_y הוא מעבר חוקי, ו-'שקר' אחרת.</p> <p>מעברים חוקיים הם רק מ-S_1 ל-S_2, מ-S_2 ל-S_3, ומ-S_3 ל-S_1.</p> <p>הנחות: TS מאותחלת, S_x ו-S_y הן מחסניות ב-TS.</p>	
<p>השווה (TS, S_x, S_y)</p> <p>פעולה המחזירה 'אמת' אם האיבר בראש מחסנית S_x גדול או שווה לאיבר בראש מחסנית S_y, ו-'שקר' אחרת.</p> <p>הנחות: TS מאותחלת, S_x ו-S_y מחסניות ב-TS ואינן ריקות.</p>	
<p>ריקה? (TS, S_x)</p> <p>פעולה המחזירה 'אמת' אם המחסנית S_x ריקה ו-'שקר' אחרת.</p> <p>הנחות: TS מאותחלת, S_x מחסנית ב-TS.</p>	

מבנה תלת-המחסנית נראה כך:



נתונה תלת-מחסנית, שבה S_1 מכילה מספרים שלמים לא ממויינים, S_2 ו- S_3 ריקות.

- כתוב אלגוריתם המממש את הפעולה: **מקסימום-בתלת-מחסנית** (TS) , המקבלת תלת-מחסנית TS , ומעבירה את האיבר המכסימלי מ- S_1 ל- S_2 . בסוף הפעולה יהיו כל האיברים, למעט המכסימלי, ב- S_1 , ללא חשיבות לסדר.
- כתוב אלגוריתם יעיל ככל שתוכל למימוש הפעולה: **מיין** (TS) , המקבלת תלת-מחסנית TS , ומחזירה תלת-מחסנית ממוינת, כך שבאחת מהמחסניות נמצאים איברים ממויינים בסדר עולה (האיבר הגדול ביותר נמצא בתחתית המחסנית).
- מהי סיבוכיות האלגוריתם שכתבת בסעיף ב', מתוך הנחה שבמחסנית S_1 יש N איברים? נמק.

סיק אבי! גובה ההשגת בפעולות המחשב של גלגל-מחסנית
אין ההשגת במחסניות עזרי נוספות (או בכל מבנה מוויני אחר)

שאלה 2:

נתונה מטריצה מסדר $N \times N$ של מספרים שלמים.

נגדיר: **מטריצה-שורות-חזקות-10** הינה מטריצה שסכום השורה הראשונה בה קטן מ-10, סכום השורה השנייה במטריצה קטן מ-100, סכום השורה השלישית קטן מ-1000, וכך הלאה - סכום השורה האחרונה במטריצה קטן מ-10 בחזקת n .

כתוב פונקציה רקורסיבית, בסביבת עבודה, בשם **מטריצה-שורות-חזקות-10** המקבלת מטריצה מסדר $N \times N$ שכזו, בודקת ומחזירה "אמת" אם המטריצה היא **מטריצה-שורות-חזקות-10**, ו-"שקר" אחרת. (קבע את הפרמטרים שיש להעביר לפעולה).

הערה: מותר להיעזר בפונקציות נוספות רקורסיביות אף הן.

שאלה 3:

להלן האלגוריתם סוד המטפל בעץ בינארי בעזרתן של שתי מחסניות $S1$ ו- $S2$:
(שים לב לטיפוס הנתונים המתאים לכל אחת מהמחסניות!)

סוד (T)

{ טענת כניסה: האלגוריתם מקבל עץ בינארי T לא ריק.

{ טענת יציאה: _____

(1) אתחל-מחסנית $S1 \leftarrow$

(2) אתחל-מחסנית $S2 \leftarrow$

(3) דחוף-למחסנית (S1, T)

(4) דחוף-למחסנית (S2, 0)

(5) $M \leftarrow 0$

(6) כל עוד לא מחסנית-ריקה (S1) בצע:

(6.1) שלוף-ממחסנית (S1) $T1 \leftarrow$

(6.2) שלוף-ממחסנית (S2) $x \leftarrow$

(6.3) $M \leftarrow M + 1$

(6.4) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-ימני (T1)) אזי

(6.4.1) דחוף-למחסנית (תת-עץ-ימני (S1, (T1))

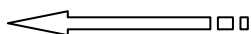
(6.4.2) דחוף-למחסנית (S2, x + 1)

(6.5) אם לא עץ-ריק? (תת-עץ-שמאלי (T1)) אזי

(6.5.1) דחוף-למחסנית (תת-עץ-שמאלי (S1, (T1))

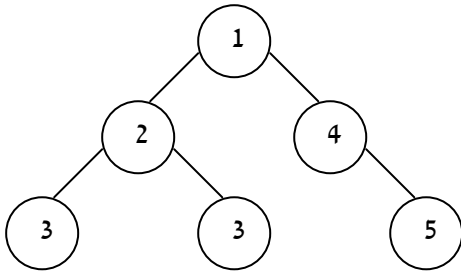
(6.5.2) דחוף-למחסנית (S2, x + 1)

(7) החזר M



המשך השאלה בעמוד הבא

נתון העץ הבינרי הבא T:



- א. מה תחזיר הפעולה סוד (T) עבור עץ זה?
- ב. מה תפקיד המשתנה x בפעולה סוד?
- ג. מה עושה הפעולה סוד (T)? השלם את טענת היציאה.
- ד. כתוב אלגוריתם רקורסיבי המקבל עץ בינארי T ומבצע את הפעולה שמבצע סוד.
- ה. מה יש לשנות בפעולה סוד כדי שיוחזר גובה העץ? ציין את מספר השורה או שורות שיש לשנות והסבר.

שאלה 4:

עץ-ערמה-בינרי הינו עץ בינרי המכיל עד N צמתים ומיוצג בעזרת מערך שגודלו N . כל תא במערך מטיפוס המידע השמור בעץ. צמתי העץ מאוחסנים במערך באופן הבא: שורש העץ נמצא בתא מספר 1 במערך. בנו השמאלי של השורש נמצא בתא 2, ובנו הימני בתא 3 במערך. לכל צומת המאוחסן בתא מספר i , ימצא בנו השמאלי בתא $2*i$ ובנו הימני בתא $2*i+1$. בתא מספר 0 שמור מספר הצמתים המאוחסנים בפועל בעץ. שים לב: אם קיימים תאים ריקים במערך, הם יהיו אך ורק אחרי מספר הצמתים המוגדר בתא שבמקום ה-0.

להלן חלק מהפעולות המוגדרות בממשק **עץ-ערמה-בינרי**:

הורה (TP, i)	פעולה המחזירה את מספר התא של ההורה של הצומת במקום i בעץ-ערמה-בינרי TP . <u>הנחות</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i מקום תקין של צומת.
בן-שמאלי (TP, i)	פעולה המחזירה את מיקומו של הבן השמאלי של צומת i בעץ-ערימה-בינרי TP . <u>הנחות</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i מקום תקין של צומת.
בן-ימני (TP, i)	פעולה המחזירה את מיקומו של הבן הימני של צומת i בעץ-ערימה-בינרי TP . <u>הנחות</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i מקום תקין של צומת.
אחזר-שורש (TP, i)	פעולה המאחזרת את ערך הצומת i בעץ-ערמה-בינרי TP . <u>הנחות</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i מקום תקין של צומת.
מספר-צמתים (TP)	פעולה המחזירה את מספר הצמתים הקיימים בפועל בעץ-ערמה-בינרי TP . <u>הנחה</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין.
עץ-ערמה-בינרי-מכסימלי? (TP)	פעולה המחזירה "אמת" אם ערכו של לכל צומת בעץ-ערמה-בינרי TP גדול מערך כל אחד מבניו, ו-"שקר" אחרת. <u>הנחה</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין.
החלף-ערכי-צמתים (TP, i, j)	פעולה המחליפה את תוכן הצמתים במקומות i ו- j בעץ-ערמה-בינרי TP . <u>הנחות</u> : עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i, j מקוות תקינים של צמתים בעץ.

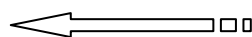
א. נתון עץ-ערמה-בינרי הבא:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10	16	14	10	8	7	9	3	2	4	1	?	?

(1) צייר את העץ הנתון כמבנה של עץ בינרי.

(2) כיצד תזהה עלה בעץ-ערמה-בינרי?

(3) תאר במילים מאפיינים של עץ-ערמה-בינרי (התייחס לצורתו ולא לערכים שבו).



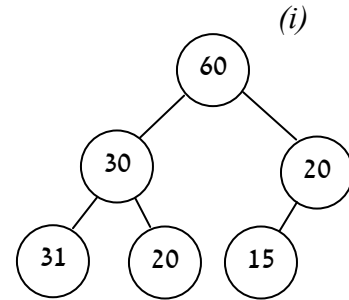
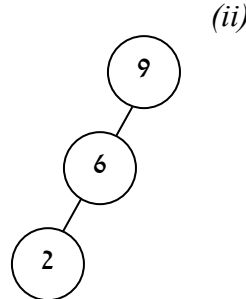
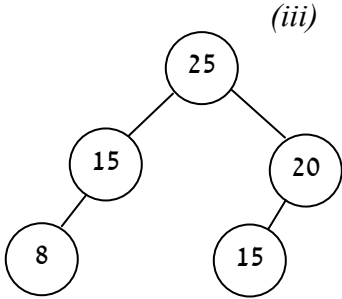
המשך השאלה בעמוד הבא

ב. עבור כל אחד מהעצים שלהלן, רשום אם הוא מקיים כל אחת מהתכונות הבאות:

(1) עץ-ערמה-בינרי.

(2) עץ-ערמה-בינרי-מכסימלי.

(3) עץ בינרי רגיל.



ג. ממש את הפעולה הורה (TP, i)

ד. כתוב אלגוריתם למימוש הפעולה אב-קדמון! (TP, j, i) המחזירה "אמת" אם הצומת שנמצא במקום j, בעץ-ערמה-בינרי TP, הינו אב-קדמון של הצומת שנמצא במקום i, ו-"שקר" אחרת. הנחות: TP עץ-ערמה-בינרי מאותחל ותקין, i, j מקוות תקינים של צמתים בעץ.

ה. להלן פעולה המקבלת צומת i בעץ-ערמה-בינרי-מכסימלי TP.

הצב-צומת-בעץ-ערמה-בינרי (TP, i)

} טענת כניסה: הפעולה מקבלת עץ-ערמה-בינרי TP ומיקום i של צומת בעץ.

טענת יציאה:

הנחות: TP עץ-ערמה-בינרי תקין. largest-left, right הינם אינדקסים במערך המכיל את עץ-ערמה-בינארי TP.

(1) בן-שמאלי (TP, i) ← left

(2) בן-ימני (TP, i) ← right

(3) אם $left \geq$ מספר-צמתים (TP) וגם אחזר-שורש (TP, left) < אחזר-שורש (TP, i), אזי

largest ← left

(4) אחרת - i ← largest

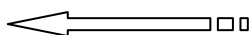
(5) אם $right \geq$ מספר-צמתים (TP) וגם אחזר-שורש (TP, right) < אחזר-שורש (TP, largest), אזי

largest ← right

(6) אם i שונה מ-largest, אזי

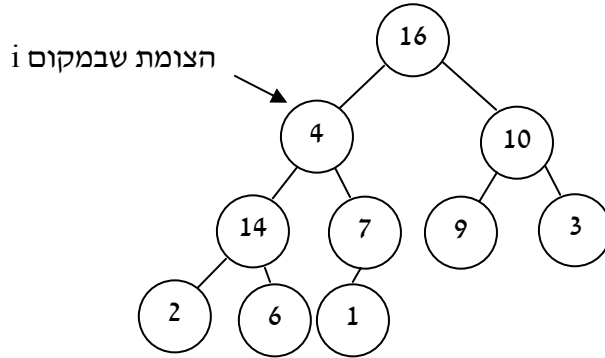
(6.1) החלף-ערכי-צמתים (TP, i, largest)

(6.2) הצב-צומת-בעץ-ערמה-בינרי (TP, largest)



המשך השאלה בעמוד הבא

- השלם את טענת היציאה של האלגוריתם.
- העבר את העץ שלפניך לצורת עץ-ערמה-בינרי.
- i מציין מספר הצומת המסומן. הפעל את האלגוריתם על העץ והראה את השינויים לאחר כל שלב.



פרק שני (50 נקודות)



בפרק זה שאלות משישה מסלולים שונים.
עליך לענות רק על השאלות במסלול שלמדת, על-פי ההוראות באותו המסלול.

תורת המחשב

ענה על שתיים מהשאלות 9 - 12 (לכל שאלה 25 - נקודות).

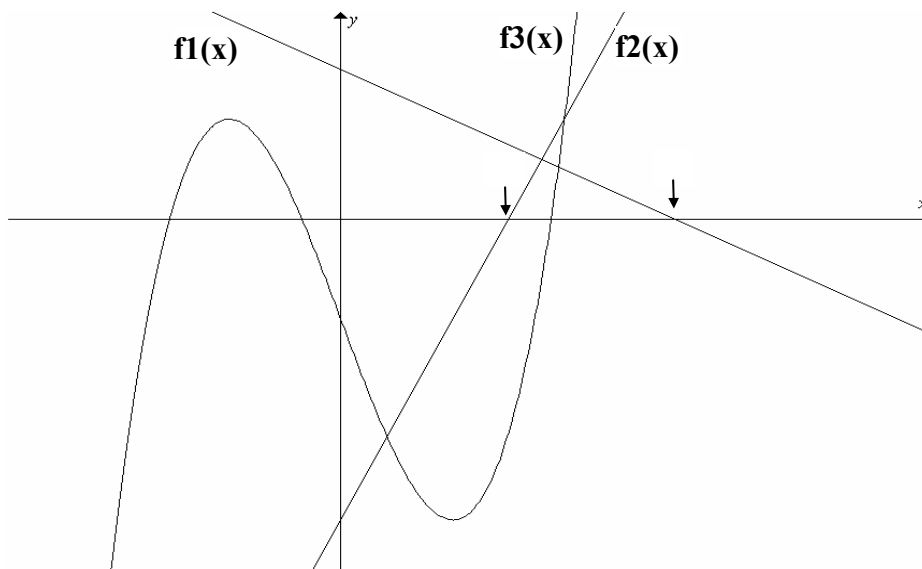
שאלה 9:

נתונות שלוש הפונקציות הבאות, כמתואר בשרטוט:

$$f_1(x) = (-0.5)x + 1.5$$

$$f_2(x) = 2x - 3$$

$$f_3(x) = x^3 - 3x - 1$$



יש למצוא, בשיטת החצייה, קירוב לפתרון הפונקציה $f_3(x)$ הנמצא בין נקודות החיתוך של הישר $f_1(x)$ עם ציר ה- x ונקודת החיתוך של $f_2(x)$ עם ציר x (נקודות A, B בשרטוט).

א. הסבר מה יש לוודא לגבי נקודות A, B על מנת שניתן יהיה להשתמש בהן כנקודות התחלה של שיטת החצייה.

ב. מצא, עיני חישוב מתמטי, את שיעורי הנקודות A, B.

ג. כתוב תוכנית בסביבת העבודה המחשבת ומדפיסה את הקירוב לפתרון בדיוק של 0.001, בעזרת הנקודות שמצאת בסעיף ב'.

שאלה 10:

שאלה בתורת הגרפים ...

ש'לח' 11:

בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי לשפה הבאה:

תהי L השפה מעל $\Sigma = \{a, b, c\}$ המכילה את כל המילים כך ש**אם** הן מסתיימות ב- b אזי הן מכילות לפחות שני מופעים של c .

ש'לח' 12:

א. נתונים הדקדוקים G ו- H הבאים:

$$H: S \rightarrow X \mid Y \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow abaY \mid \varepsilon$$

$$Y \rightarrow babX \mid \varepsilon$$

$$G: S \rightarrow aX \mid bY \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow baS$$

$$Y \rightarrow abS$$

(1) מהי השפה הנוצרת ע"י הדקדוק G ? ומהי השפה הנוצרת ע"י הדקדוק H ?

(2) האם הדקדוקים שקולים? נמק!

ב. כתוב דקדוק עבור השפה הבאה: $L = \{ bba^i b^j a \mid i, j \geq 0, j \geq 2i \}$

בהצלחה!

הילה

