

## תרגילי הכנה לקראת התחרויות הארציות

### 1. טורניר טניס

בטורניר טניס יש  $N$  שחקנים. בתחילה מתחלקים השחקנים לזוגות ומשחקים. המפסיד מכל זוג יוצא מהטורניר. בשלב הבא משחקים אלו שעלו לשלב הבא ומשחקים, ושוב המפסידים יוצאים מהטורניר, וכך הלאה עד שנשאר מנצח יחיד. מהו מספר המשחקים הכולל בטורניר?

### 2. קבוצת גיל

נגדיר קבוצת גיל הומוגנית כקבוצת אנשים שההפרש בין כל שניים מהם אינו עולה על  $k$  שנים. הקלט: מספר המשתתפים  $N$ , ההפרש המבוקש  $k$  ולאחר מכן רשימה של  $N$  הגילאים. פלט: האם הקבוצה הומוגנית.

### 3. נקודת איזון

קלט: מספר  $N$  טבעי כלשהו. פלט: כל זוגות המספרים הטבעיים  $\langle x, y \rangle$  בתחום  $1..N$ , המקיימים:  $\frac{x+y}{2} = \frac{N}{2}$

### 4. איחוד קופסאות

בבית מלאכה לאריות אבנים טובות אורזים את האבנים בקופסאות. הגודל של כל האבנים אחיד. לקופסאות גדלים שונים. בכל קופסה ניתן לארוז מספר אבנים המתקבל מחלוקת גודלה בגודל של אבן. הוחלט להגדיל את הקופסאות על ידי איחוד של זוגות קופסאות. גודלה של קופסה "מאוחדת" הוא כסכום גדלי זוג הקופסאות שיוצרות אותה. כמה אבנים נוספות ניתן לארוז לו זוגות הקופסאות היו מאוחדות בצורה האפקטיבית ביותר (מבחינת הגדלת התכולה הכוללת)?  
 הקלט:  $S$  המציין גודלה של אבן  $S \leq 100$ ,  $N$  המציין את מספר הקופסאות  $N \leq 1000$ , וסדרה של  $N$  מספרים שלמים  $B_i$  המציינים גדלי קופסאות  $B_i \leq 1000$ .  
 הפלט: מספר האבנים הנוסף שניתן לארוז לו זוגות הקופסאות היו מאוחדים בצורה האפקטיבית ביותר.

## 5. תצפית נאון

דרך מקובלת לתיאור חתך של מפה טופוגרפית היא באמצעות רשימה של זוגות נתונים שכל אחד מהם מתאר נקודה בחתך. תאור הנקודה ניתן על ידי ציון גובהה (במטרים) ביחס לפני הים וציון מרחקה (במטרים) מן הנקודה הקודמת בחתך.

נתון חתך המתחיל בנמל, שנמצא בנקודה  $(0,0)$ , ואחריו סדרת הנקודות שכוללת קו החוצה שרשרת של הרים עם מספר פסגות.

כתוב תכנית שהקלט שלה הוא  $N$  ( $N \leq 1000$ ) המציין את מספר הנקודות בחתך, ואחריו רשימה של  $N$  זוגות מספרים שלמים המתארים את סדרת נקודות החתך. הפלט הוא הודעה האם ניתן לצפות על הנמל מן הפסגה הגבוהה ביותר בחתך (הנח שיש רק אחת כזו).

## 6. טיפוס בסולם

נתון סולם ולו  $N$  שלבים,  $N > 2$ . צעד של טיפוס בסולם יכול להיות שלב אחד בכל פעם או שני שלבים בכל פעם או שילוב של שלב אחד או שני שלבים.

מהו מספר האפשרויות השונות לטפס בסולם?

## 7. החלפת ההכרס האוחז

נתונה סדרת המספרים הטבעיים:  $1, 2, 3, \dots, N$

מוציאים מהסדרה שני מספרים כלשהם, ומחזירים את ההפרש המוחלט לסדרה. חוזרים על התהליך שוב ושוב עד שנותר איבר אחד בסדרה.

השאלה: מה ניתן לומר על המספר  $k$  שנותר. האם המספר זוגי? האם אי-זוגי? ואולי לא החלטי?

	עבור הסדרה: 1, 2, 3, 4	דוגמא:
2, 2, 4: תתקבל הסדרה	$ 3-1 =2$	אם נוציא ונחשב:
2, 2: יתקבל:	$ 4-2 =2$	נמשיך:
$k=0$ : מתקבל:	$ 2-2 =0$	עתה נחשב:
		המספר שנשאר הוא זוגי.

## 8. הקראות מספרים - אינן לחזור על מספר פעמיים

שני שחקנים מקריאים מספרים בתחום  $1..N$  ( $N \geq 1000$ ), כל שחקן קורא בתורו מספר אחר. השחקן הראשון מתחיל, וברשותו דף עליו הוא יכול לרשום את כל המספרים שנקראו עד כה. לשחקן השני אין דף כזה. מפסיד במשחק השחקן שהקריא מספר שכבר נקרא.

1. מה כדאי להיות - שחקן ראשון או שחקן שני כדי לנצח במשחק?

2. נסח את התנאים ואת האסטרטגיה לניצחון.

## 9. אלחק 3 כיאת לוח

נתון לוח של  $2*N$  משבצות.  $N > 10$ . שני שחקנים צובעים את משבצות הלוח לסירוגין - כל שחקן צובע משבצת אחת בתורו. השחקן אשר נאלץ לצבוע משבצת אשר סמוכה למשבצת שכבר נצבעה (לשתיהן יש צלע משותפת) מפסיד במשחק.

כתוב תכנית המקבלת כקלט את  $N$ , קובעת עבור המחשב אם להיות שחקן ראשון או שני, ולשחק את המשחק כך שהמחשב ינצח תמיד.

## 10. אלחק מחיקת מספרים (שאלה 2 בתחרויות 2002)

נתונה קבוצה של  $N$  מספרים טבעיים עוקבים,  $N > 12$ . שני שחקנים: הראשון -  $A$  והשני -  $B$ , מוחקים מספרים, כל אחד מוחק מספר אחד בתורו, לפי בחירתו. המשחק מסתיים לאחר  $N-2$  מחיקות, כשנותרים רק שני מספרים. אם שני המספרים הנותרים זרים זה לזה. (המחלק המשותף המכסימלי של שניהם הוא 1) אזי  $A$  מנצח, אחרת  $B$  מנצח.

1. נסח אסטרטגיה לניצחון כאשר  $N$  אי-זוגי.

2. נסח אסטרטגיה לניצחון כאשר  $N$  זוגי.

כתוב תכנית הקולטת את  $N$  וקובעת האם להיות שחקן  $A$  או שחקן  $B$ . על התכנית לנצח תמיד!

## 11. סכום תת-סדרה

כתוב תכנית אשר מקבלת כקלט רשימה של  $N$  מספרים כלשהם (חיוביים ושלייליים), והפלט שלה הוא סכום התת-סדרה שערכה הוא הגדול ביותר. על התכנית להיות נכונה ויעילה הן מבחינת זמן ביצוע והן מבחינת מקום בזיכרון. אין להניח מגבלת גודל על  $N$ .

דוגמה: עבור הקלט 17 -16 5 10 -1 2 יהיה הפלט 21.

בהצלחה!