

## מדעי המחשב ב'

2 יחידות לימוד (השלמה ל-5 יח"ל)

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני חלקים.

**שים לב!** עליך לענות רק על חלק אחד.  
**חלק א** מיועד רק לנבחנים על-פי התכנית הרגילה.  
**חלק ב** מיועד רק לנבחנים על-פי התכנית החדשה: "עיצוב תוכנה".

#### חלק א

פרק ראשון – בפרק זה שלוש שאלות, ומהן יש לענות על שתיים.

– (20×2) – 40 נקודות

פרק שני – בפרק זה שאלות משני מסלולים שונים. ענה רק על שאלות מהמסלול שלמדת,

לפי ההוראות בקבוצת השאלות ממסלול זה. – (20×3) – 60 נקודות  
סה"כ – 100 נקודות

#### חלק ב

פרק שלישי – בפרק זה ארבע שאלות, ומהן יש לענות על שתיים.

– (25×2) – 50 נקודות

פרק רביעי – בפרק זה שאלות משני מסלולים שונים. ענה רק על שאלות מהמסלול שלמדת,

לפי ההוראות בקבוצת השאלות ממסלול זה. – (25×2) – 50 נקודות  
סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש: כל חומר עזר (חוץ ממחשב הניתן לתכנות).

ד. הוראות מיוחדות:

1. רשום על הכריכה החיצונית של המחברת את החלק שענית עליו: חלק א או חלק ב, וכן את המסלול שלמדת (אחד מארבעת הנושאים האלה: מערכות מחשב ואסמבלר, תורת המחשב, מודלים חישוביים, אנליזה נומרית).

2. את כל התכניות שאתה נדרש לכתוב בשפת מחשב עילית, עליך לכתוב בשפה אחת בלבד – בשפת פסקל או בשפת בייסיק מובנה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונך לכתוב כטיוטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה). טיוטות כלשהן על זפים מחוץ למחברת הבחינה עלול לגרום לפסילת הבחינה! רשום "טיוטה" בראש כל עמוד טיוטה. ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

/המשך מעבר לדף/

## חלק ב

שים לב!

ענה על חלק זה, רק אם למדת על-פי התכנית החדשה: "עיצוב תוכנה".

בחלק זה שני פרקים: פרק שלישי ופרק רביעי.  
עליך לענות על שאלות משני הפרקים, לפי ההוראות בכל פרק.

## פרק שלישי (50 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 12-15 (לכל שאלה – 25 נקודות).

12. נתון האלגוריתם שלפניך:

חידה 1 (T)

{ האלגוריתם מקבל עץ בינרי T ומחזיר מספר טבעי }

(1) אם עץ\_ריק? (T) אזי החזר (0)

(2) אחרת בצע

(2.1) חידה 1 (תת\_עץ\_שמאלי (T))  $x \leftarrow$

(2.2) חידה 1 (תת\_עץ\_ימני (T))  $y \leftarrow$

(2.3) אם (לא עץ\_ריק? (תת\_עץ\_שמאלי (T)) וגם לא עץ\_ריק? (תת\_עץ\_ימני (T)))

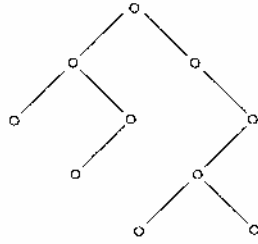
אז (עץ\_ריק? (תת\_עץ\_שמאלי (T)) וגם עץ\_ריק? (תת\_עץ\_ימני (T))) אזי

$z \leftarrow 0$

(2.4) אחרת  $z \leftarrow 1$

(2.5) החזר  $(x+y+z)$

א. מה יחזיר האלגוריתם חידה\_1 אם יקבל את העץ T הבא?



ב. הסבר באופן כללי מה מבצע האלגוריתם חידה\_1.

ג. לפניך אלגוריתם:

חידה\_2(T)

{ האלגוריתם מקבל עץ בינרי T ומחזיר מספר טבעי }

(1)  $z \leftarrow 0$

(2) אם עץ\_ריקי(T) אזי החזר (0)

(3) אחרת בצע

(3.1) אם תת\_עץ\_שמאלי(T)  $\neq$  תת\_עץ\_ימני(T) אזי  $z \leftarrow 1$

(3.2) חידה\_2(תת\_עץ\_שמאלי(T))  $\leftarrow x$

(3.3) חידה\_2(תת\_עץ\_ימני(T))  $\leftarrow y$

(3.4) החזר  $(x+y+z)$

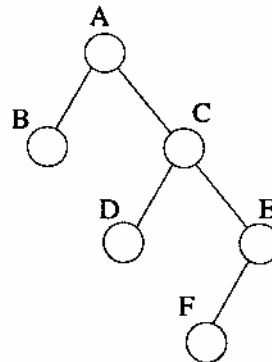
טענה: לכל עץ T חידה\_2(T) = חידה\_1(T). כלומר אם שני האלגוריתמים

מקבלים אותו עץ T, הם יחזירו אותו ערך.

האם הטענה נכונה? נמק.

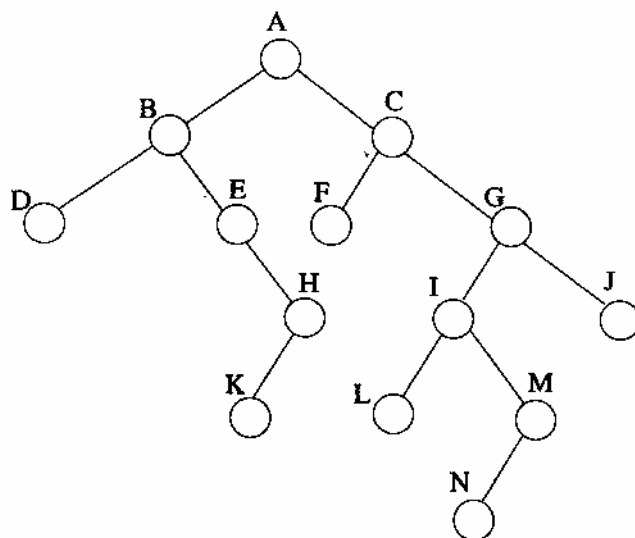
13. נגדיר: "סבא\_רבא" של שני עלים שונים בעץ בינרי הוא האב הקדמון המשותף לשני העלים ברמה הגבוהה ביותר בעץ.

לדוגמה:



"סבא\_רבא" של העלים D ו-F הוא C.

א. לפניך עץ בינארי T:



מהו "סבא\_רבא" של:

(i) העלים L ו-F ?

(ii) העלים N ו-D ?

ב. לפניך הפעולה:

<p>הפעולה מחזירה את הצומת שהוא "סבא_רבא" של העלים <math>א</math>-1 ו- <math>א</math>-2 בעץ <math>א</math>. הנחה: העלים <math>א</math>-1 ו- <math>א</math>-2 נמצאים בעץ <math>א</math>.</p>	<p>סבא_רבא (<math>א</math>-1, <math>א</math>-2, <math>א</math>)</p>
--	---

כתוב אלגוריתם, שיממש את הפעולה "סבא\_רבא". ניתן להשתמש בפעולות שלפניך בלי לממשן:

<p>הפעולה מחזירה 'אמת' אם <math>א</math>-1 הוא צאצא של <math>א</math>-2 בעץ <math>א</math> וישקרי – אחרת. הנחה: <math>א</math>-1 ו- <math>א</math>-2 נמצאים בעץ <math>א</math>.</p>	<p>האם_צאצא (<math>א</math>-1, <math>א</math>-2, <math>א</math>)</p>
---	--

<p>הפעולה מחזירה את האב של הצומת <math>א</math> בעץ <math>א</math>. אם הצומת <math>א</math> הוא שורש העץ <math>א</math>, תחזיר הפעולה עץ ריק.</p>	<p>הורה (<math>א</math>, <math>א</math>)</p>
---	--

הערה: מותר להשתמש בכל הפעולות על ממשק עץ בינוני בלי לממשן.

14. בספריית וידאו סרט שמושאל אחרון נחשב לסרט ה"חס".

לכל סרט יש מספר מזהה.

במחשב הספרייה שומרים את  $n$  הסרטים האחרונים שהושאלו לפי הסדר ה"חס" מתוך כלל הסרטים בספרייה. כלומר אחרי כל השאלת סרט מעדכנים את המידע כך שהסרט ה"חס" ביותר יהיה במקום הראשון, ללא חזרות. מספר הסרטים האחרונים,  $n$ , יכול להשתנות בכל זמן, וערכו אינו ידוע מראש.

לדוגמה:

אם הסרטים בספרייה הושאלו בסדר הבא, משמאל לימין (הסרט האחרון שהושאל הוא

סרט מספר 8): 2, 4, 3, 4, 6, 5, 2, 9, 6, 6, 9, 8

אזי עבור  $n = 5$  יישמרו מספרי 5 הסרטים שהושאלו לפי הסדר ה"חס" באופן הבא

משמאל לימין (הסרט ה"חס" ביותר הוא סרט מספר 8): 8, 9, 6, 2, 5

א. הצע ייצוג מתאים  $M$  לשמירת  $n$  סרטים לפי הסדר ה"חס".

לפניך פעולה מורכבת:

הפעולה מקבלת את $M$ , השומר את מספרי הסרטים לפי הסדר ה"חס", ואת מספר הסרט $x$ שהושאל אחרון, ומעדכנת את $M$ .	הוסף_עדכן $(M, x)$
--	--------------------

ב. (1) הגדר ותאר פעולות ממשק למימוש פעולה מורכבת זו. הפעולות יהיו

מוגדרות על מבנה הנתונים שהצעת בסעיף א.

(2) ממש בסביבת העבודה את הפעולה המורכבת הוסף\_עדכן  $(M, x)$ , תוך שימוש

בפעולות הממשק שהגדרת בסעיף ב (1). אין צורך לממש את הפעולות שהגדרת

בסעיף ב (1).

ג. מהי סיבוכיות זמן הריצה של הפעולה המורכבת הוסף\_עדכן  $(M, x)$ ? נמק.

15. בנמל התעופה "תוסס 2000" יש  $k$  מסלולים. כל אחד מהמסלולים משמש הן לנחיתה והן להמראה. מגדל הפיקוח של נמל התעופה מנהל את ההמראות והנחיתות, ונותן למטוסים הרשאות לנחיתה ולהמראה.

מטוס המבקש להמריא שולח למגדל הפיקוח בקשה להמראה, הכוללת את מספר המטוס. מטוס המבקש לנחות שולח למגדל הפיקוח בקשה לנחיתה, הכוללת את מספר המטוס ואת השעה שבה ינחת בנמל התעופה.

מגדל הפיקוח נותן למטוסים אישורים להמראה על-פי סדר הגעת הבקשות. מגדל הפיקוח נותן אישור לנחיתה לכל מטוס ששלח בקשה לנחיתה, לשעה שבה הוא מבקש לנחות.

הפיקוח נותן עדיפות למטוסים המבקשים לנחות, על פני מטוסים המבקשים להמריא. בסוף המראה או נחיתה הטייס מודיע למגדל הפיקוח על פינוי המסלול.

הנחה – לא ייתכן מצב שמטוס מגיע לנחיתה ואין אף מסלול פנוי. לעומת זאת ייתכן מצב שמטוס המבקש להמריא נאלץ להמתין למסלול פנוי.

- ברצוננו להגדיר טיפוס נתונים "פיקוח נמל תעופה" שינחל את מערך הטיסות.
- א. יצג את המידע הנדרש לניהול ההמראות והנחיתות.
  - ב. כתוב ממשק עברי לטיפוס הנתונים "פיקוח נמל תעופה".
  - ג. מהי סיבוכיות זמן הריצה של כל אחת מהפעולות שהגדרת בסעיף ב? נמק.

### פרק רביעי (50 נקודות)

בפרק זה שאלות מארבעה מסלולים שונים.  
עליך לענות רק על השאלות במסלול שלמדת – מערכות מחשב ואסמבלר, תורת המחשב, מודלים חישוביים, אנליזה נומרית – על-פי ההוראות באותו מסלול.

#### מערכות מחשב ואסמבלר

ענה על שתיים מהשאלות 16-19. (לכל שאלה – 25 נקודות).

16. לרשותך הרכיבים הבאים:

מעבד מהסוג שלמדת

4 רכיבי זיכרון ביט  $16 \times 1K$

מפענח  $4 \rightarrow 2$

א. יש לחבר את רכיבי הזיכרון למעבד בלי להשתמש ברכיבים נוספים, החל מכתובת  $0000H$ .

צייר את סכמת החיבורים.

ב. מספר רכיבי הזיכרון הוגדל ל-8 רכיבים ביט  $16 \times 1K$ , ולרשותך רק מפענחים

$4 \rightarrow 2$ .

הצע דרך לחיבור רכיבי הזיכרון למעבד. ניתן להשתמש ברכיבים נוספים (שאינם

מפענחים).

17. לפניך תכנית בשפת אסמבלר:

```

START:  MOV    SI, 0
        XOR    DX, DX
        LEA   BX, BUF
        MOV   CX, 8
NEXT:   CMP    [BX + SI], 'a'
        JNE   NO_EQ
        INC   DL
NO_EQ:  CMP    [BX + SI], 'b'
        JNE   NXT_CH
        ADD   DH, DL
NXT_CH: INC    SI
        LOOP  NEXT
        LEA  BX, RES
        MOV  [BX], DH

BUF:    DB    "ababcabc"
RES:    DB    1 DUP (0)
    
```

- א. עקוב אחר ביצוע התכנית בעזרת טבלת מעקב, ורשום מה יתקבל בסיום התכנית בכתובת RES עבור הנתונים הנמצאים בכתובת BUF.
- ב. מה מבצעת התכנית?

18. בתכנית שלפניך הושמטו אופרנדים ופקודות בשפת אסמבלר. מטרת התכנית לבצע העברה של מספר נתון בבסיס 2, לבסיס 10. עליך להשלים את החלקים החסרים, כדי שהתכנית תבצע את המטלה הנדרשת. העתק למחברתך את תמש השורות שהושמטו בהן אופרנד או פקודה, ובכל שורה השלם את החלק החסר.

```

LEA    BX, LEST
MOV    DI, 0
MOV    SI, 0
MOV    DL, 2
MOV    AX, 1
START: [    ] [BX+SI], 3
        JE    SOF
MOV    CX, AX
MUL   [BX+SI]
ADD   RES [DI], [    ]
MOV   [    ], CX
[    ] DL
INC   [    ]
JMP  START
SOF:  NOP
RES:  DW 1 DUP(0)
LEST: DB 4 1,0,1,3
    
```

**תורת המחשב**

ענה על שתיים מהשאלות 20-23 (לכל שאלה – 25 נקודות).

20. נתונה מערכת משוואות לינאריות:

$$2x - y + z = \alpha$$

$$x + y = 3$$

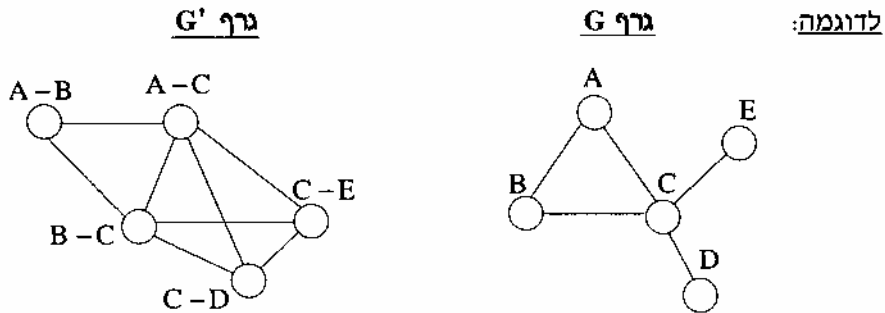
$$2x + y + z = 4 + \alpha$$

א. פתור את מערכת המשוואות באמצעות שיטת האלימינציה של גאוס.

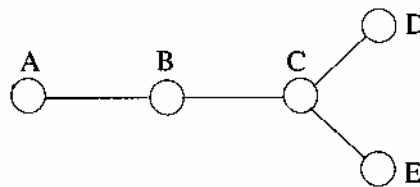
ב. עבור אילו ערכים של  $\alpha$  יהיה למערכת פתרון יחיד?

21. נתון גרף  $G$  לא מכוון. נגדיר  $G'$  גרף "הפוך" לגרף  $G$  באופן הזה:

- i כל קשת בגרף  $G$  הופכת לצומת בגרף ה"הפוך"  $G'$ .
- ii בין שני צמתים בגרף ה"הפוך"  $G'$  תחבר קשת, אם שתי הקשתות ב- $G$  שמהן נוצרו צמתים אלו יוצאות מאותו צומת ב- $G$ .
- iii אם  $G$  גרף ריק, אזי הגרף ה"הפוך"  $G'$  הוא גרף ריק.



א. לפניך גרף  $G$ :



מצא את הגרף  $G'$  ה"הפוך" לו.

ב. לפניך 3 טענות (1)-(3). לכל אחת מהטענות, קבע אם היא נכונה או לא. תן דוגמה או נמק.

- (1) אם  $G$  גרף שלם (מלא), אזי הגרף ה"הפוך"  $G'$  הוא גרף שלם (מלא).
- (2) קיים גרף  $G$  כך שהגרף ה"הפוך"  $G'$  מכיל אך ורק צמתים.
- (3) תמיד הגרף ה"הפוך" ל- $G'$  הוא  $G$ .

22. א. בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי עבור השפה שלפניך:  
 $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0\}$  ;  $k$  היא השארית המתקבלת מחלוקת  $i$  ב-3  
 ב. רשום דקדוק שייצור את השפה המתוארת בסעיף א.

23. נתון הדקדוק  $G$ :

$$S \rightarrow Ab$$

$$A \rightarrow aAbb$$

$$A \rightarrow ab$$

א. לפניך ארבע מילים:

ab      abaabbbb      aaabbbbbbb      aabbbb

העתק למחברתך את המילים השייכות לשפה הנוצרת על-ידי הדקדוק  $G$ , ורשום עץ גזירה לכל מילה שהעתקת.

ב. מהי השפה הנוצרת על-ידי הדקדוק  $G$ ?

ג. נתון הדקדוק  $H$ :

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aSb$$

$$A \rightarrow ab$$

$$B \rightarrow b$$

האם השפה הנוצרת על-ידי הדקדוק  $H$  זהה לשפה הנוצרת על-ידי הדקדוק  $G$ ?  
 נמק.

**מודלים חישוביים**

ענה על שתיים מהשאלות 24-27 (לכל שאלה – 25 נקודות).

24. האם השפה שלפניך היא רגולרית? הוכח.

$$\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ היא שארית המתקבלת מחלוקת } i \text{ ב- } 3\}$$

25. האם השפה שלפניך חופשית הקשר? הוכח.

$$\{a^i b^j c^i \mid i, j \geq 1 \text{ ; } i \text{ זוגי, } j \text{ אי-זוגי}\}$$

26.  $M$  אוטומט סופי דטרמיניסטי לא מלא.

נסמן ב-  $L$  את השפה המתקבלת על-ידי  $M$ . נבנה אוטומט  $M'$  מתוך  $M$  באופן הזה:  
 האוטומט  $M'$  יהיה זהה לאוטומט  $M$ , אבל כל מצב שהוא מצב מקבל של  $M$  יהפוך למצב שאינו מקבל ב-  $M'$ , וכל מצב שאינו מקבל ב-  $M$  יהפוך למצב מקבל ב-  $M'$ .

נסמן ב-  $L'$  את השפה המתקבלת על-ידי  $M'$ .

א. האם  $L' \subseteq \bar{L}$ ? נמק.

ב. האם  $L' \supseteq \bar{L}$ ? נמק.

ג. האם  $L' = \bar{L}$ ? נמק.

27.  $M$  מכונת טיורינג.

א"ב הקלט הוא  $\{a, b\}$ .

א"ב המכונה הוא  $\emptyset$ .

קבוצת המצבים היא  $\{q_0, q_1, q_2\}$ .

המצב ההתחלתי הוא  $q_0$ .

קבוצת המצבים המקבלים היא  $\{q_2\}$ .

קבוצת המעברים כוללת את המעברים שלפניך:

$\{q_0, a, q_0, a, \text{ימין}\}$

$\{q_0, b, q_0, b, \text{ימין}\}$

$\{q_0, \Delta, q_1, \Delta, \text{שמאל}\}$

$\{q_1, a, q_1, \Delta, \text{שמאל}\}$

$\{q_1, b, q_1, b, \text{ימין}\}$

$\{q_1, \Delta, q_0, \Delta, \text{שמאל}\}$

$\{q_1, \vdash, q_2, \vdash, \text{ימין}\}$

א. לפניך שתי מילים:

aaaaa

abbaa

קבע עבור כל מילה אם היא מתקבלת על-ידי המכונה  $M$  או לא.

ב. מהי השפה המתקבלת על-ידי המכונה  $M$ ?

ג. האם המכונה  $M$  עוצרת לכל מילת קלט? אם כן – נמק. אם לא – בנה מכונת

טיורינג שתעצור לכל קלט ותקבל אותה שפה.

**אנליזה נומרית**

ענה על שתיים מהשאלות 28-31 (לכל שאלה – 25 נקודות).

28. לפניך נוסחת איטרציה מסדר שני למציאת קירוב ל-  $\frac{1}{k}$  :

$$x_{n+1} = x_n(2 - kx_n)$$

א. חשב קירוב ל-  $\frac{1}{3}$  ( $k = 3$ ) בעזרת נוסחת האיטרציה, כאשר הקירוב

$$x_0 = \frac{1}{2}$$

הפעל פעמיים את הנוסחה, כלומר חשב את  $x_1, x_2$ .

ב. כמה איטרציות יש להפעיל, כדי לקבל קירוב בדיוק של 10 ספרות? נמק.

כמה ספרות דיוק נקבל, אם נפעיל את השיטה 4 פעמים? נמק.

ג. הראה שנוסחת האיטרציה הנתונה היא שיטת ניוטון-רפסון למציאת קירוב ל-  $\frac{1}{k}$ .

29. נתונה הפונקציה  $y = x^5 + 12x - 10$ .

א. מצא קטע שעבורו יש למשוואה  $x^5 + 12x - 10 = 0$  פתרון חיובי. סרטט את

הפונקציה בקטע זה.

ב. כתוב אלגוריתם חצייה לחישוב פתרון זה בדיוק של 3 ספרות אחרי הנקודה

העשרונית.

30. נתונה מערכת משוואות לינאריות:

$$2x - y + z = \alpha$$

$$x + y = 3$$

$$2x + y + z = 4 + \alpha$$

א. מצא (ידינית) את פתרון המערכת על-ידי הפעלת תהליך השילוש והצבה לאחור.

ב. עבור אילו ערכים של  $\alpha$  יהיה למערכת פתרון יחיד?

31. נתונה הפרבולה  $y = -x^2 + 5x - 6$ .

- א. כתוב אלגוריתם מילולי למציאת משוואות הישרים החותכים את הפרבולה בנקודות  $x = 1$  עד  $x = 10$  בהפרשים של 1.
- ב. כיצד תשנה את האלגוריתם, אם תתבקש למצוא את משוואות הישרים החותכים את הפרבולה בנקודות  $x = 1$  עד  $x = 10$  בהפרשים של 0.1?
- ג. האם השינוי שתבצע ישפיע על סיבוכיות החישוב של האלגוריתם? נמק.

## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך